EC2111
Sistemas Electrónicos Industriales I

Prof. Manuel Rivas

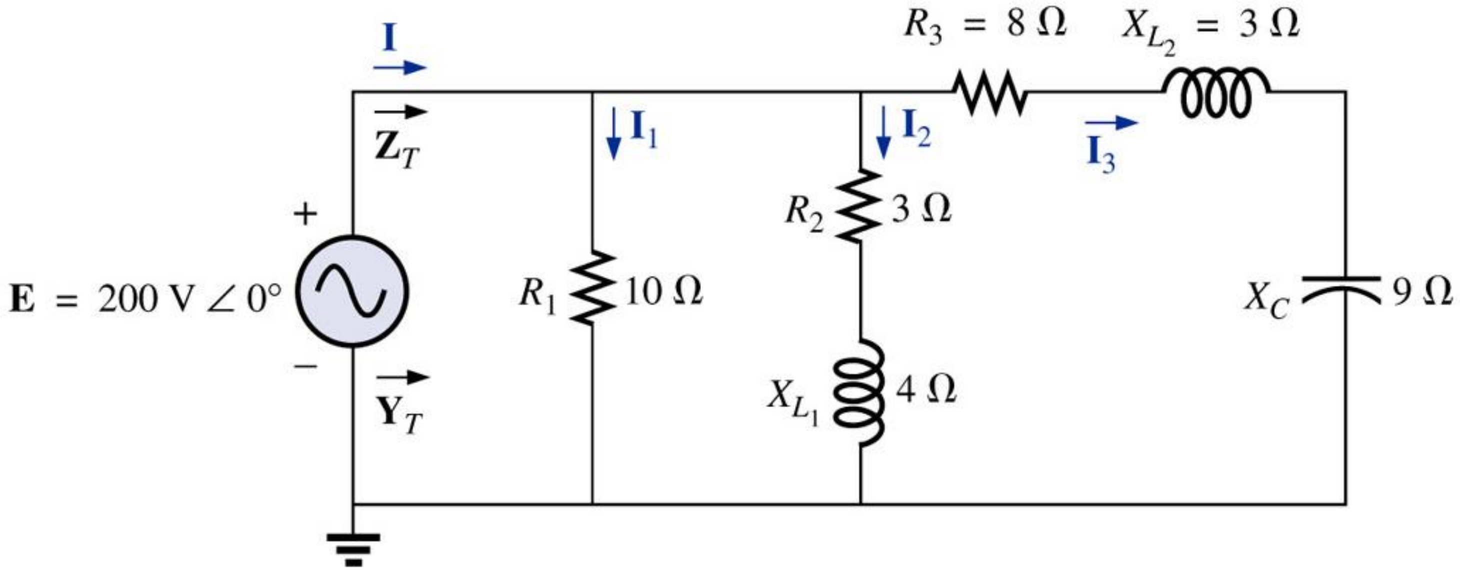
PROBLEMAS SOBRE CIRCUITOS ELÉCTRICOS (II)

Temario

- Circuitos en serie-paralelo
- Análisis de las corrientes de malla
- Análisis de los voltajes de nodo
- Teorema de superposición
- Teorema de Thévenin
- Filtros Pasivos

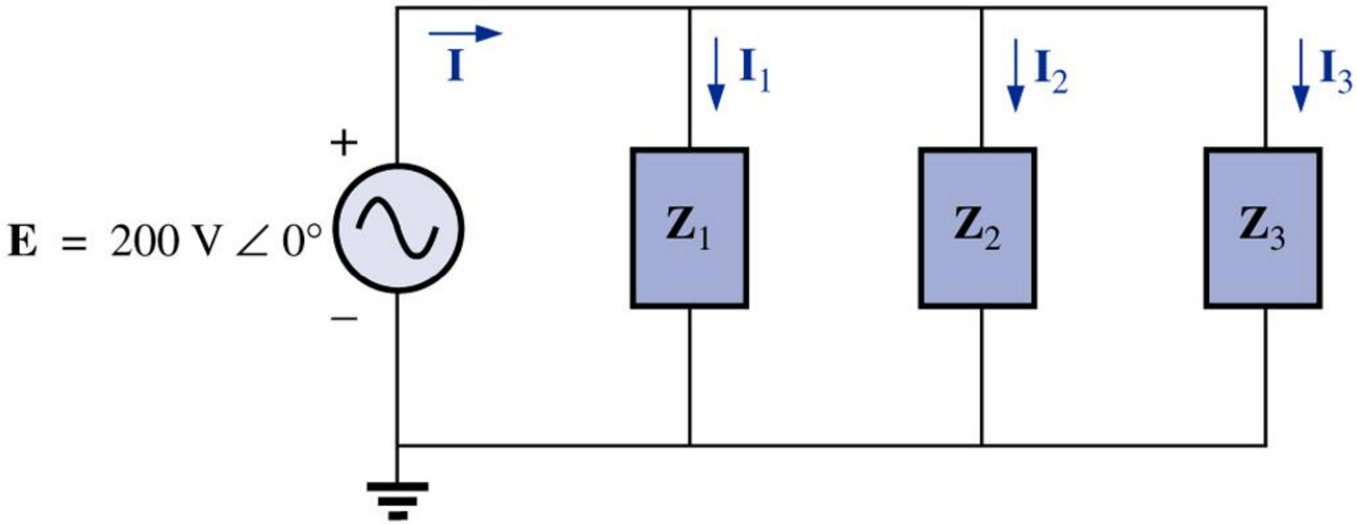
Circuitos en serie-paralelo

Para el circuito mostrado, halle la impedancia total vista por la fuente de voltaje y determine el valor de las corrientes indicadas



Circuitos en serie-paralelo

- Circuito equivalente



$$Z_1 = 10\Omega$$

$$Z_2 = (3 + 4j)\Omega$$

$$Z_3 = (8 + 3j - 9j)\Omega = (8 - 6j)\Omega$$

Circuitos en serie-paralelo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{E}{Z_1} = \frac{200V\angle 0^o}{10\Omega\angle 0^o} = 20A\angle 0^o$$

$$I_2 = \frac{E}{Z_2} = \frac{200V\angle 0^o}{5\Omega\angle 53.1^o} = 40A\angle -53.1^o$$

$$I_3 = \frac{E}{Z_3} = \frac{200V\angle 0^o}{10\Omega\angle -36.9^o} = 20A\angle 36.9^o$$

$$I_T = I_1 + I_2 + I_3$$

Circuitos en serie-paralelo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_T = 20A\angle 0^o + 40A\angle -53.1^o + 20A\angle 36.9^o$$

$$I_T = 20 + 0j + 24 - 32j + 16 + 12j$$

$$I_T = 60 - 20j = 63.24A\angle -18.43^o$$

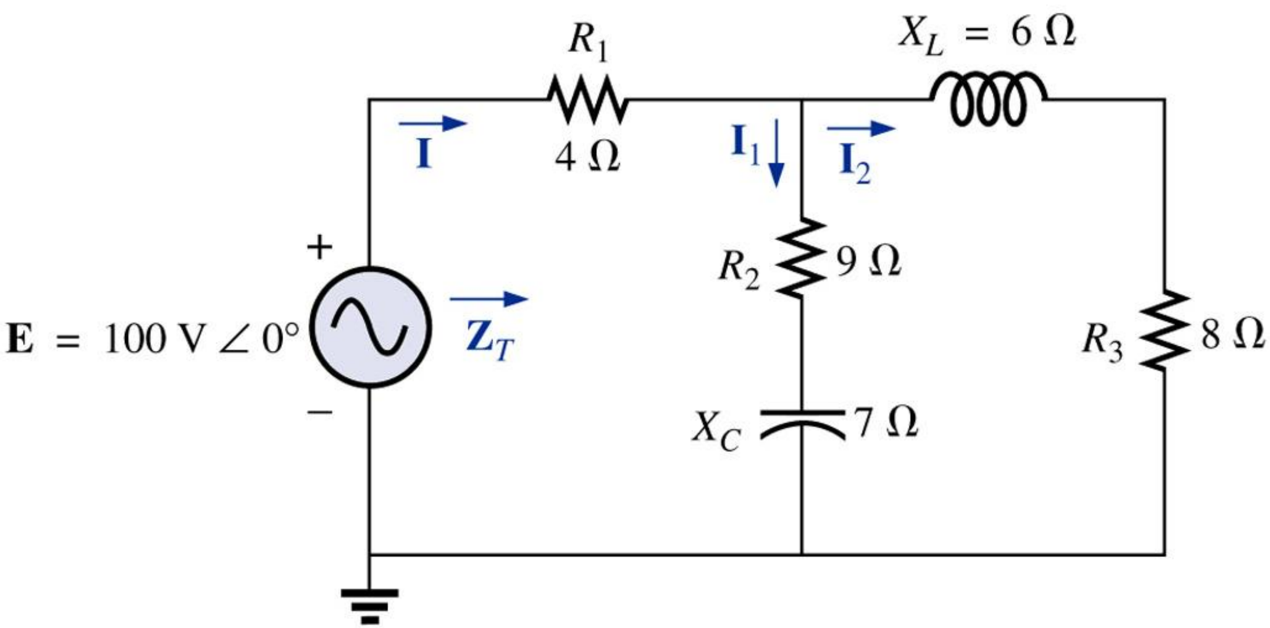
$$Z_T = \frac{E}{I_T} = \frac{200V\angle 0^o}{63.2A\angle -18.43^o}$$

$$Z_T = 3.2\Omega\angle -18.4^o$$

$$Z_T = (3 - j)\Omega$$

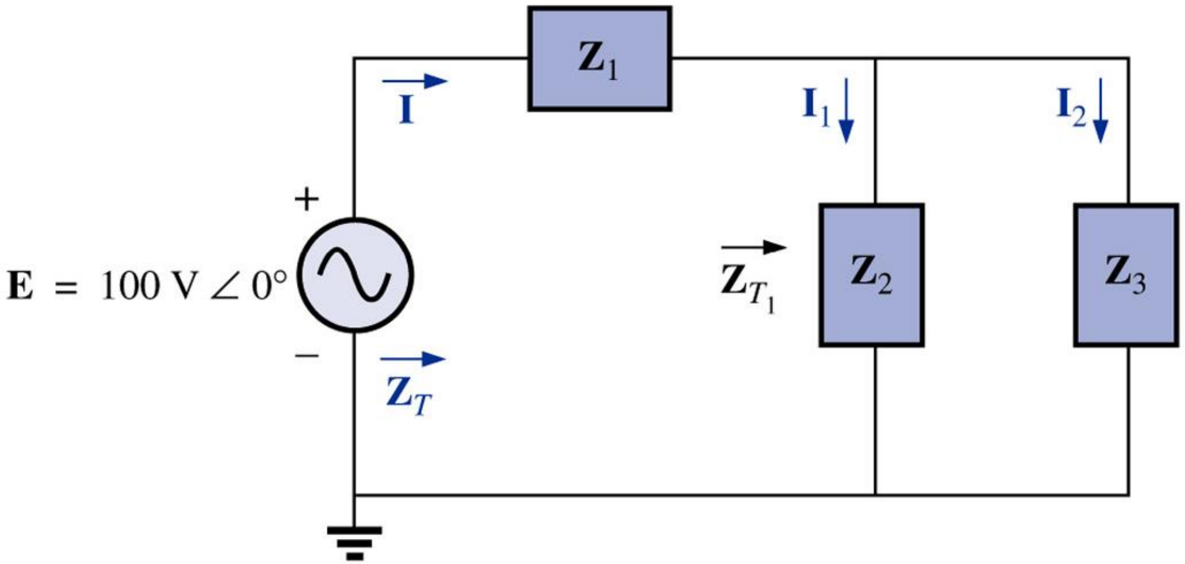
Circuitos en serie-paralelo

Para el circuito mostrado, halle la impedancia total vista por la fuente de voltaje y determine el valor de las corrientes indicadas



Circuitos en serie-paralelo

☑ Circuito equivalente



$$Z_1 = 4\Omega$$

$$Z_2 = (9-7j)\Omega$$

$$Z_3 = (8+6j)\Omega$$

Circuitos en serie-paralelo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$Z_T = Z_1 + Z_2 \| Z_3$$

$$Z_T = 4\Omega + \frac{(9-7j)\Omega \cdot (8+6j)\Omega}{(9-7j)\Omega + (8+6j)\Omega}$$

$$Z_T = 4\Omega + \frac{11.4\Omega\angle -37.9^o \cdot 10\Omega\angle 36.9^o}{(17-j)\Omega}$$

$$Z_T = 4\Omega + \frac{114\angle 1^o}{17.1\angle -3.4^o} = 4\Omega + 6.7\angle 2.4^o$$

Circuitos en serie-paralelo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$Z_T = 4\Omega + 6.7 + 0.3j$$

$$Z_T = (10.7 + 0.3j)\Omega$$

$$Z_T = 10.7\angle 1.6^o$$

$$I = \frac{E}{Z_T} = \frac{100V\angle 0^o}{10.7\Omega\angle 1.6^o} = 9.3A\angle -1.6^o$$

$$V_1 = E - I\cdot Z_1 = 200\angle 0^o - (9.3A\angle -1.6^o)(4\angle 0^o)$$

$$V_1 = 100 + 0j - 37.2V\angle -1.6^o$$

Circuitos en serie-paralelo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_1 = 100 + 0j - 37.2 - 1j = 62.8 - 1j$$

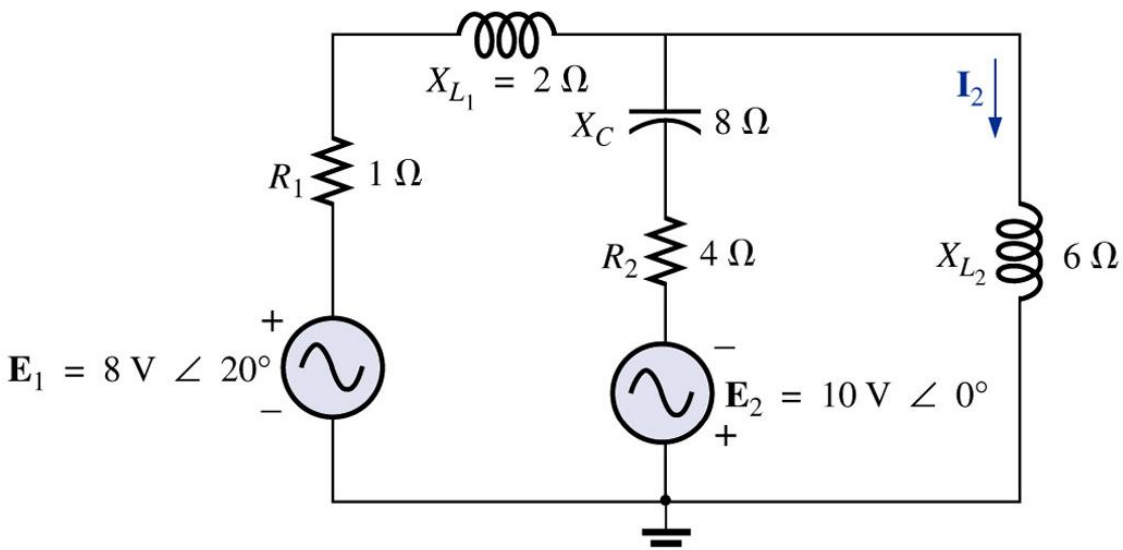
$$V_1 = 62.8V\angle -0.9^o$$

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_2} = \frac{62.8V\angle -0.9^o}{11.4\Omega\angle -37.9^o} = 5.5A\angle 37^o$$

$$I_2 = \frac{V_1}{Z_3} = \frac{62.8V\angle -0.9^o}{10\Omega\angle 36.9^o} = 6.3A\angle -37.8^o$$

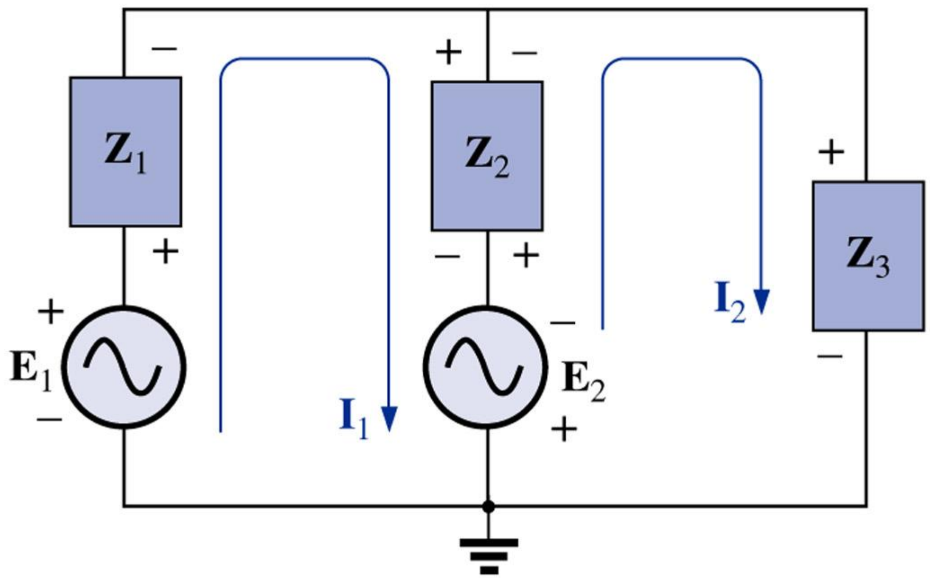
Análisis de las corrientes de malla

Para el circuito mostrado, determine el valor de las corrientes de malla



Análisis de las corrientes de malla

- Circuito equivalente



$$Z_1 = (1+2j)\Omega \qquad E_1 = 8V\angle 20^o = 7.5+2.7j$$

$$Z_2 = (4-8j)\Omega \qquad E_2 = 10V\angle 0^o = 10+0j$$

$$Z_3 = 6j\Omega$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$E_1 - I_1(Z_1 + Z_2) + E_2 + I_2 Z_2 = 0$$

$$-I_1(Z_1 + Z_2) + I_2 Z_2 = -E_1 - E_2 \quad \text{(I)}$$

$$-E_2 - I_2(Z_2 + Z_3) + I_1 Z_2 = 0$$

$$I_1 Z_2 - I_2(Z_2 + Z_3) = E_2 \quad \text{(II)}$$

$$\begin{bmatrix} -(Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & -(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 - E_2 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{\begin{bmatrix} -E_1 - E_2 & Z_2 \\ E_2 & -(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -(Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & -(Z_2 + Z_3) \end{bmatrix}}$$

$$I_1 = \frac{\begin{bmatrix} -17.5 - 2.7j & 4 - 8j \\ 10 & -4 - 2j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -5 + 6j & 4 - 8j \\ 4 - 8j & -4 - 2j \end{bmatrix}} = 1A\angle 29.4^{o}$$

Análisis de las corrientes de malla

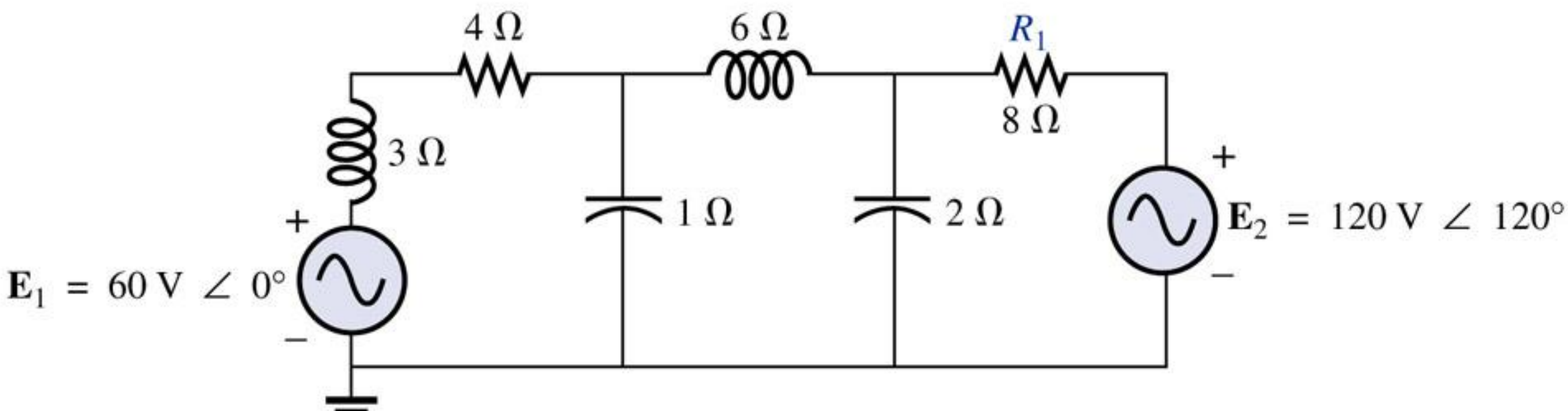
- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} -(Z_1+Z_2) & -E_1-E_2 \\ Z_2 & E_2 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -(Z_1+Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & -(Z_2+Z_3) \end{bmatrix}}$$

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} -5+6j & -17.5-2.7j \\ 4-8j & 10 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -5+6j & 4-8j \\ 4-8j & -4+2j \end{bmatrix}} = 1.3A\angle -87.2^{o}$$

Análisis de las corrientes de malla

Para el circuito mostrado, determine el valor de las corrientes de malla



(a)

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$Z_1 = (4+3j)\Omega$$

$$Z_2 = -j\Omega$$

$$Z_3 = 6j\Omega$$

$$Z_4 = -2j\Omega$$

$$Z_5 = 8\Omega$$

$$E_1 = 60V\angle 0^o = 60+0j$$

$$E_2 = 120V\angle 120^o = -60+103.9j$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$E_1 - I_1(Z_1 + Z_2) + I_2 Z_2 = 0$$

$$-I_1(Z_1 + Z_2) + I_2 Z_2 = -E_1 \quad \text{(I)}$$

$$-I_2(Z_2 + Z_3 + Z_4) + I_1 Z_2 + I_3 Z_4 = 0$$

$$I_1 Z_2 - I_2(Z_2 + Z_3 + Z_4) + I_3 Z_4 = 0 \quad \text{(II)}$$

$$-E_2 - I_3(Z_4 + Z_5) + I_2 Z_4 = 0$$

$$I_2 Z_4 - I_3(Z_4 + Z_5) = 0 = E_2 \quad \text{(III)}$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} -(Z_1+Z_2) & Z_2 & 0 \\ Z_2 & -(Z_2+Z_3+Z_4) & Z_4 \\ 0 & Z_4 & -(Z_4+Z_5) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_1 \\ 0 \\ E_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -4-2j & -j & 0 \\ -j & -3j & -2j \\ 0 & -2j & -8+2j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -60 \\ 0 \\ -60+103.9j \end{bmatrix}$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{\begin{bmatrix} -60 & -j & 0 \\ 0 & -3j & -2j \\ -60+103.9j & -2j & -8+2j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -4-2j & -j & 0 \\ -j & -3j & -2j \\ 0 & -2j & -8+2j \end{bmatrix}}$$

$$I_1 = 15.1A\angle -16.2^{o}$$

Análisis de las corrientes de malla

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} -4-2j & -60 & 0 \\ -j & 0 & -2j \\ 0 & -60+103.9j & -8+2j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -4-2j & -j & 0 \\ -j & -3j & -2j \\ 0 & -2j & -8+2j \end{bmatrix}}$$

$$I_2 = 13.6A\angle 152.7^o$$

Análisis de las corrientes de malla

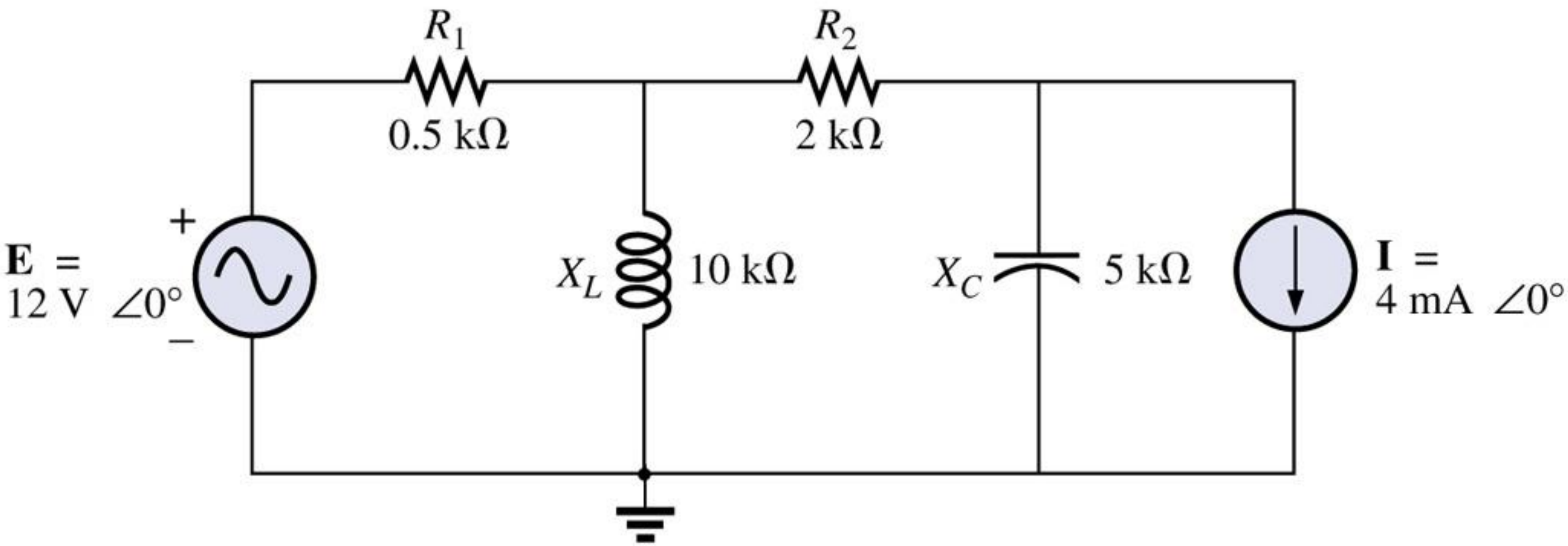
- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_3 = \frac{\begin{bmatrix} -4+2j & -j & -60 \\ -j & -3j & 0 \\ 0 & -2j & -60+103.9j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -4-2j & -j & 0 \\ -j & -3j & -2j \\ 0 & -2j & -8+2j \end{bmatrix}}$$

$$I_3 = 13.1A\angle -33.7^{o}$$

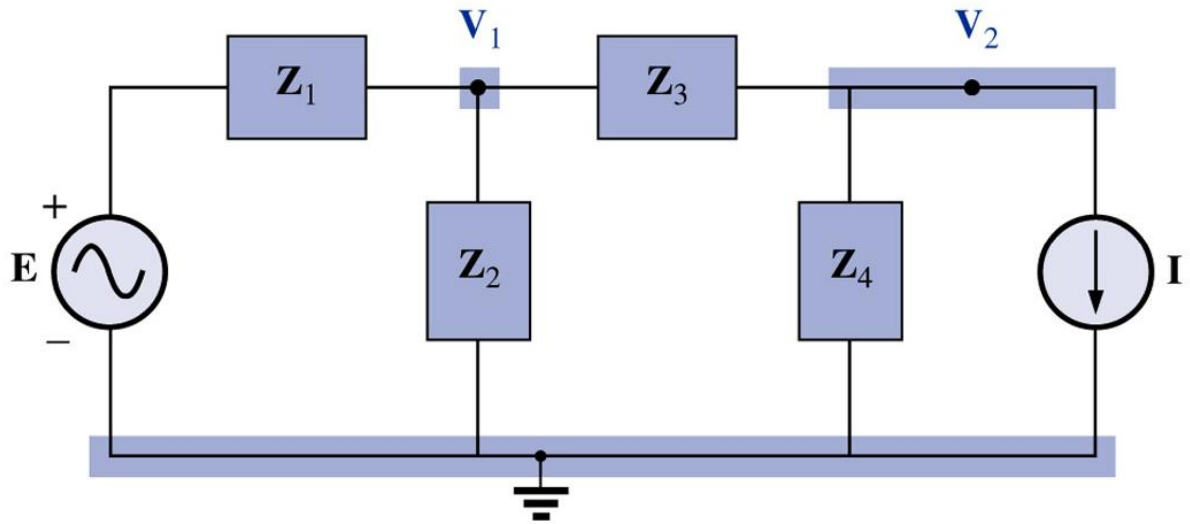
Análisis de voltajes de nodo

Para el circuito mostrado, determine el valor de los voltajes de nodo



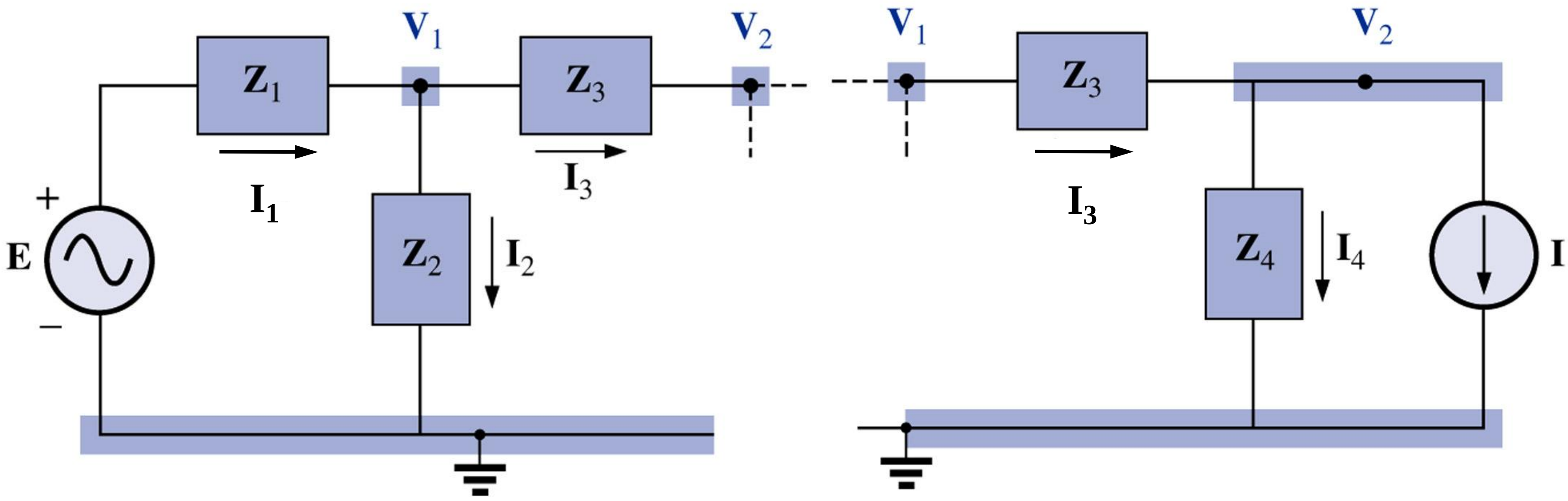
Análisis de voltajes de nodo

- Transformamos los elementos del circuito en impedancias y definimos los voltajes de nodo



Análisis de voltajes de nodo

- Análisis de corrientes en el nodo 1



$$I_1 = I_2 + I_3$$

$$I_3 = I_4 + I$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{E - V_1}{Z_1}$$

$$I_2 = \frac{V_1}{Z_2}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{Z_3}$$

$$I_4 = \frac{V_2}{Z_4}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\frac{E - V_1}{Z_1} = \frac{V_1}{Z_2} + \frac{V_1 - V_2}{Z_3}$$

$$\frac{E}{Z_1} = V_1\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}\right) - \frac{V_2}{Z_3} \qquad \text{(I)}$$

$$\frac{V_1 - V_2}{Z_3} = \frac{V_2}{Z_4} + I$$

$$-I = -\frac{V_1}{Z_3} + V_2\left(\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}\right) \qquad \text{(II)}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_2}+\dfrac{1}{Z_3} & -\dfrac{1}{Z_3} \\ -\dfrac{1}{Z_3} & \dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{1}{Z_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{E}{Z_1} \\ -I \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.0025-0.0001j & -0.0005 \\ -0.0005 & 0.0005+0.0002j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.024 \\ -0.004 \end{bmatrix}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} \dfrac{E}{Z_1} & -\dfrac{1}{Z_3} \\ -I & \dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{1}{Z_4} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1}+\dfrac{1}{Z_2}+\dfrac{1}{Z_3} & -\dfrac{1}{Z_3} \\ -\dfrac{1}{Z_3} & \dfrac{1}{Z_3}+\dfrac{1}{Z_4} \end{bmatrix}}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_3} & \dfrac{E}{Z_1} \\ -\dfrac{1}{Z_3} & -I \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \dfrac{1}{Z_1} + \dfrac{1}{Z_2} + \dfrac{1}{Z_3} & -\dfrac{1}{Z_3} \\ -\dfrac{1}{Z_3} & \dfrac{1}{Z_3} + \dfrac{1}{Z_4} \end{bmatrix}}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} 0.024 & -0.0005 \\ -0.004 & 0.0005+0.0002j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.0025-0.0001j & -0.0005 \\ -0.0005 & 0.0005+0.0002j \end{bmatrix}} = 9.9V\angle 1.8^{o}$$

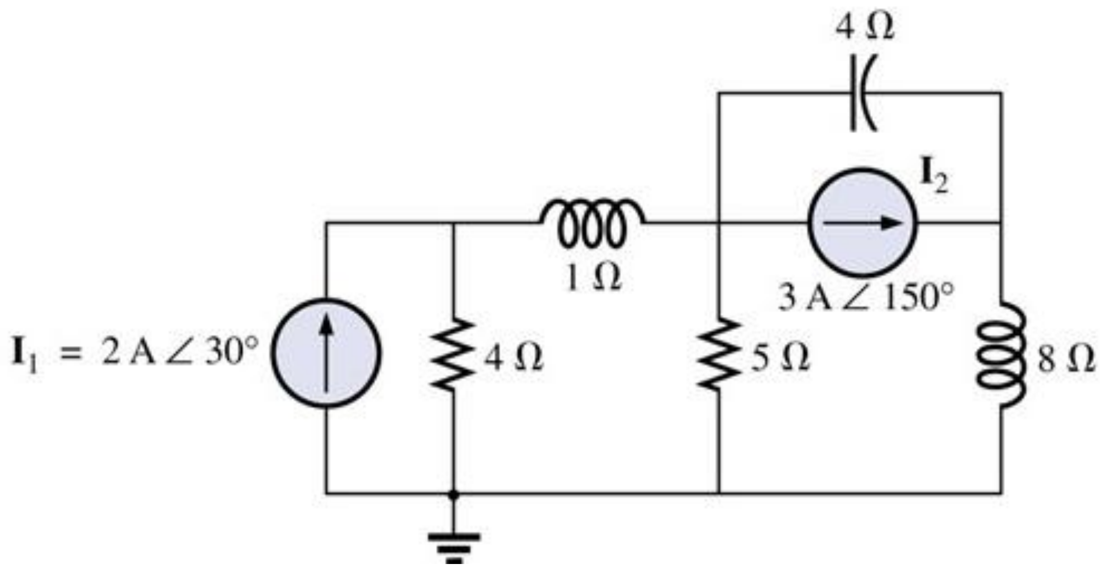
Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0.0025-0.0001j & 0.024 \\ -0.0005 & -0.004 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.0025-0.0001j & -0.0005 \\ -0.0005 & 0.0005+0.0002j \end{bmatrix}} = 1.8V\angle -12.5^{o}$$

Análisis de voltajes de nodo

Para el circuito mostrado, determine el valor de los voltajes de nodo



$$I_1 = I_3 + I_4 \qquad I_4 = I_2 + I_5 + I_6 \qquad I_2 + I_5 = I_7$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_3 = \frac{V_1}{Z_1}$$

$$I_4 = \frac{V_1 - V_2}{Z_2}$$

$$I_5 = \frac{V_2 - V_3}{Z_3}$$

$$I_6 = \frac{V_2}{Z_4}$$

$$I_7 = \frac{V_3}{Z_5}$$

$$Z_1 = 4\Omega$$

$$Z_2 = j1\Omega$$

$$Z_3 = -j4\Omega$$

$$Z_4 = 5\Omega$$

$$Z_5 = j8\Omega$$

$$I_1 = 2A\angle 30° = 1.7 + 1j$$

$$I_2 = 3A\angle 150° = -2.6 + 1.5j$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_1 - V_2}{Z_2}$$

$$\frac{V_1 - V_2}{Z_2} = I_2 + \frac{V_2 - V_3}{Z_3} + \frac{V_2}{Z_4}$$

$$\frac{V_3}{Z_5} = I_2 + \frac{V_2 - V_3}{Z_3}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} + \frac{V_1 - V_2}{Z_2}$$

$$V_1\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right) - \frac{V_2}{Z_2} = I_1 \quad \text{(I)}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\frac{V_1 - V_2}{Z_2} = I_2 + \frac{V_2 - V_3}{Z_3} + \frac{V_2}{Z_4}$$

$$-I_2 = -\frac{V_1}{Z_2} + V_2\left(\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4}\right) - \frac{V_3}{Z_3} \quad \text{(II)}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\frac{V_3}{Z_5} = I_2 + \frac{V_2 - V_3}{Z_3}$$

$$-\frac{V_2}{Z_3} + V_3\left(\frac{1}{Z_5} + \frac{1}{Z_3}\right) = I_2 \quad (III)$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_1\left(\frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2}\right)-\frac{V_2}{Z_2}=I_1 \quad (I)$$

$$-\frac{V_1}{Z_2}+V_2\left(\frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4}\right)-\frac{V_3}{Z_3}=-I_2 \quad (II)$$

$$-\frac{V_2}{Z_3}+V_3\left(\frac{1}{Z_5}+\frac{1}{Z_3}\right)=I_2 \quad (III)$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_1}+\frac{1}{Z_2} & -\frac{1}{Z_2} & 0 \\ -\frac{1}{Z_2} & \frac{1}{Z_2}+\frac{1}{Z_3}+\frac{1}{Z_4} & -\frac{1}{Z_3} \\ 0 & -\frac{1}{Z_3} & \frac{1}{Z_5}+\frac{1}{Z_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$\begin{bmatrix} 0.25-j & j & 0 \\ j & 0.2-0.75j & -0.25j \\ 0 & -0.25j & 0.125j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.7+j \\ 2.6-1.5j \\ -2.6+1.5j \end{bmatrix}$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_1 = \frac{\begin{bmatrix} 1.7+j & j & 0 \\ 2.6-1.5j & 0.2-0.75j & -0.25j \\ -2.6+1.5j & -0.25j & 0.125j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.25-j & j & 0 \\ j & 0.2-0.75j & -0.25j \\ 0 & -0.25j & 0.125j \end{bmatrix}}$$

$$V_1 = 5.8\angle 123.6°$$

Análisis de voltajes de nodo

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_2 = \frac{\begin{bmatrix} 0.25 - j & 1.7 + j & 0 \\ j & 2.6 - 1.5j & -0.25j \\ 0 & -2.6 + 1.5j & 0.125j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.25 - j & j & 0 \\ j & 0.2 - 0.75j & -0.25j \\ 0 & -0.25j & 0.125j \end{bmatrix}}$$

$$V_2 = 4.1\angle 145.9°$$

Análisis de voltajes de nodo

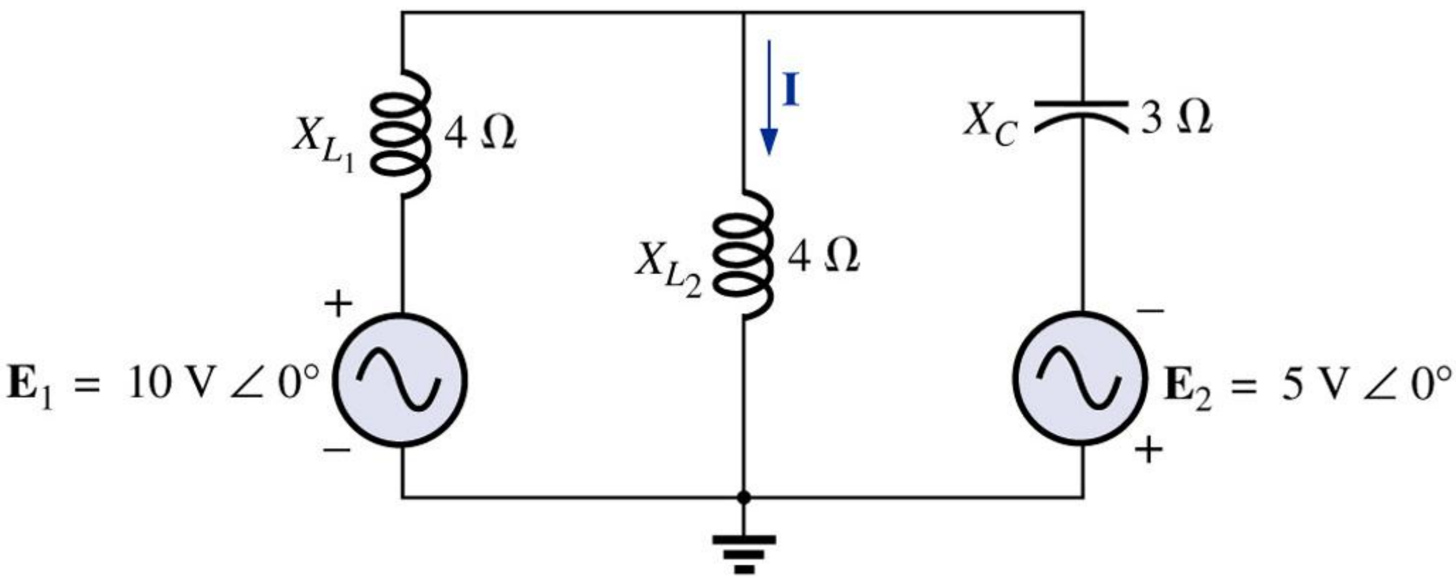
- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$V_3 = \frac{\begin{bmatrix} 0.25-j & j & 1.7+j \\ J & 0.2-0.75j & 2.6-1.5j \\ 0 & -0.25j & -2.6+1.5j \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 0.25-j & j & 0 \\ j & 0.2-0.75j & -0.25j \\ 0 & -0.25j & 0.125j \end{bmatrix}}$$

$$V_3 = 25.9\angle 78.3°$$

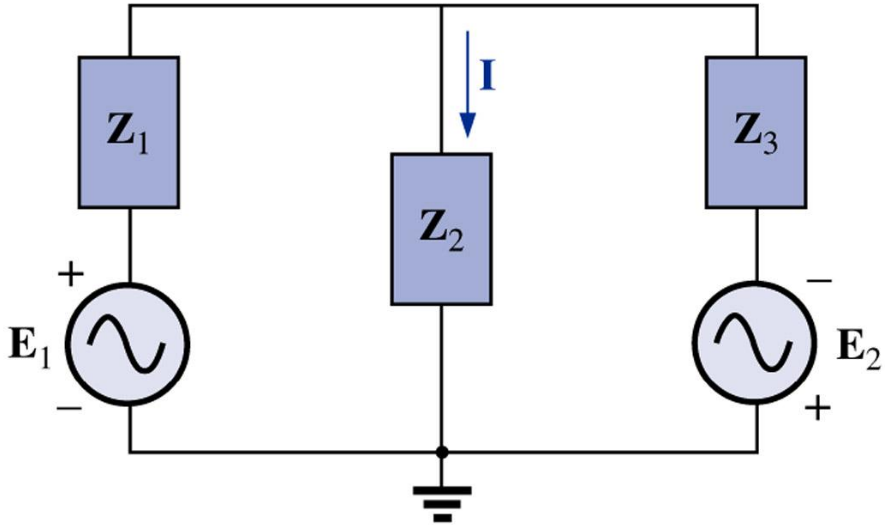
Teorema de Superposición

Determine el valor de la corriente I



Teorema de Superposición

- Transformando los componente pasivos a impedancias se tiene que:



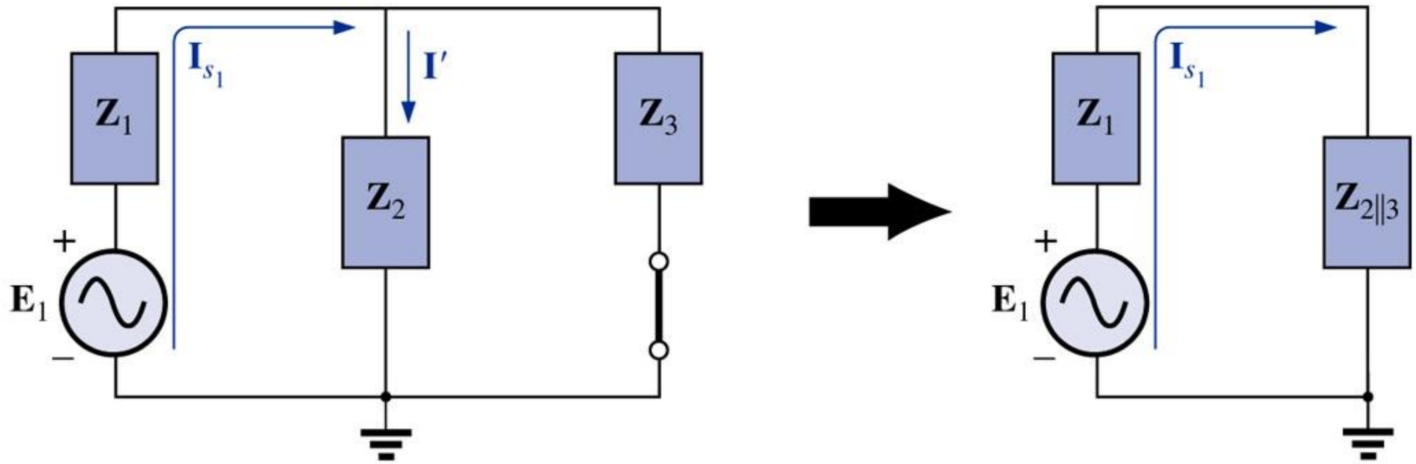
$$Z_1 = 4j\Omega = 4\Omega\angle 90^o$$

$$Z_2 = 4j\Omega = 4\Omega\angle 90^o$$

$$Z_3 = -3j\Omega = 3\Omega\angle -90^o$$

Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_2 y calculamos el valor de I’



$$Z'_{EQ} = Z_1 + Z_2 \| Z_3 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z'_{EQ} = \frac{(8\angle 90^{o})(2\angle -90^{o})}{8j - 2j}$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z'_{EQ} = Z_1 + Z_2 \| Z_3$$

$$Z'_{EQ} = 4j + \frac{(4j)(-3j)}{4j-3j}$$

$$Z'_{EQ} = 4j + \frac{(4\angle 90^o)(3\angle -90^o)}{j}$$

$$Z'_{EQ} = 4j + 12\angle -90^o$$

$$Z'_{EQ} = 4j - 12j = -8j$$

$$I'_{EQ} = \frac{E_1}{Z'_{EQ}} = \frac{10\,V\angle 0^o}{-8j}$$

$$I'_{EQ} = \frac{10\,V\angle 0^o}{8\angle -90^o}$$

$$I'_{EQ} = 1.25\,A\angle 90^o$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$V_X = E_1 - I'_{EQ} Z_1$$

$$V_X = 10V\angle 0^o - (1.25A\angle 90^o)(4\angle 90^o)$$

$$V_X = 10V\angle 0^o - 5V\angle 180^o$$

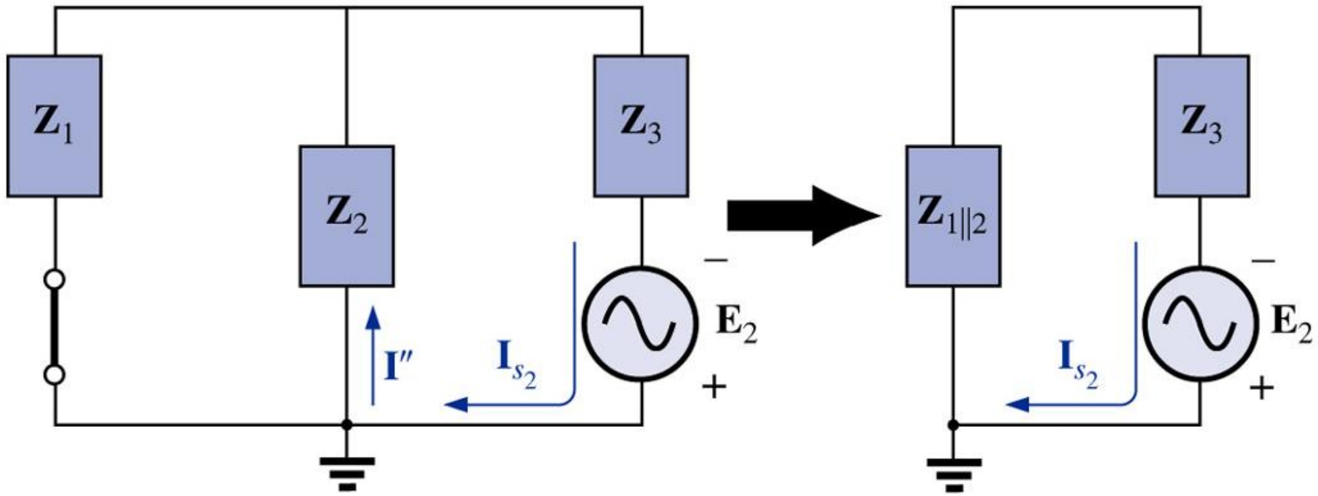
$$V_X = 10 + 0j - (-5 + 0j) = 15 + 0j$$

$$I' = \frac{V_X}{Z_2} = \frac{15 + 0j}{4j} = \frac{15V\angle 0^o}{4\Omega\angle -90^o}$$

$$I' = 3.75A\angle -90^o$$

Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_1 y calculamos el valor de I''



Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z''_{EQ} = Z_3 + Z_2 \| Z_1$$

$$Z'_{EQ} = -3j + \frac{(4j)(4j)}{4j+4j}$$

$$Z'_{EQ} = -3j + \frac{(4\angle 90^o)(4\angle 90^o)}{8j}$$

$$Z'_{EQ} = -3j + 2\angle -180^o$$

$$Z'_{EQ} = -3j + 2j = -j$$

$$I''_{EQ} = \frac{E_2}{Z''_{EQ}} = \frac{5V\angle 0^o}{-j}$$

$$I''_{EQ} = \frac{5V\angle 0^o}{1\angle -90^o}$$

$$I''_{EQ} = 5A\angle 90^o$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$V_Y = I''_{EQ} Z_3 - E_2$$

$$V_Y = (5A\angle 90^o)(3\angle -90^o) - 5V\angle 0^o$$

$$V_Y = 15V\angle 0^o - 5V\angle 0^o$$

$$V_Y = 15 + 0j - (5 + 0j) = 10 + 0j$$

$$I'' = -\frac{V_Y}{Z_2} = -\frac{10 + 0j}{4j} = -\frac{10V\angle 0^o}{4\Omega\angle 90^o}$$

$$I'' = 2.5A\angle -90^o$$

Teorema de Superposición

- Como tienen sentidos distintos, I será el resultado de la resta de I' e I''

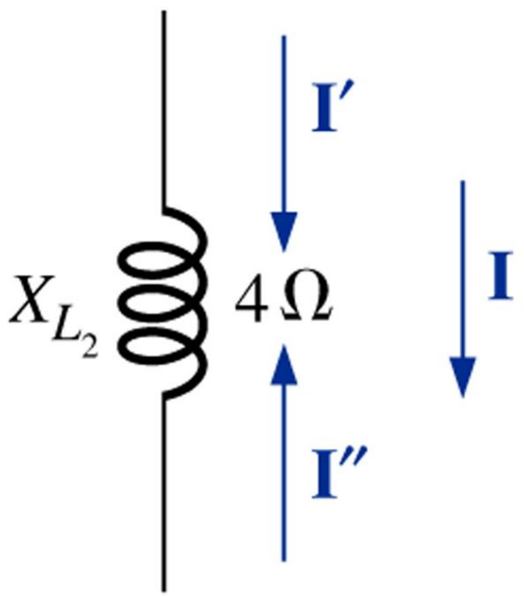
$$I = I^{'} - I^{''}$$

$$I = 3.75A\angle -90^{o} - (-2.5A\angle -90^{o})$$

$$I = -3.75j - 2.5j$$

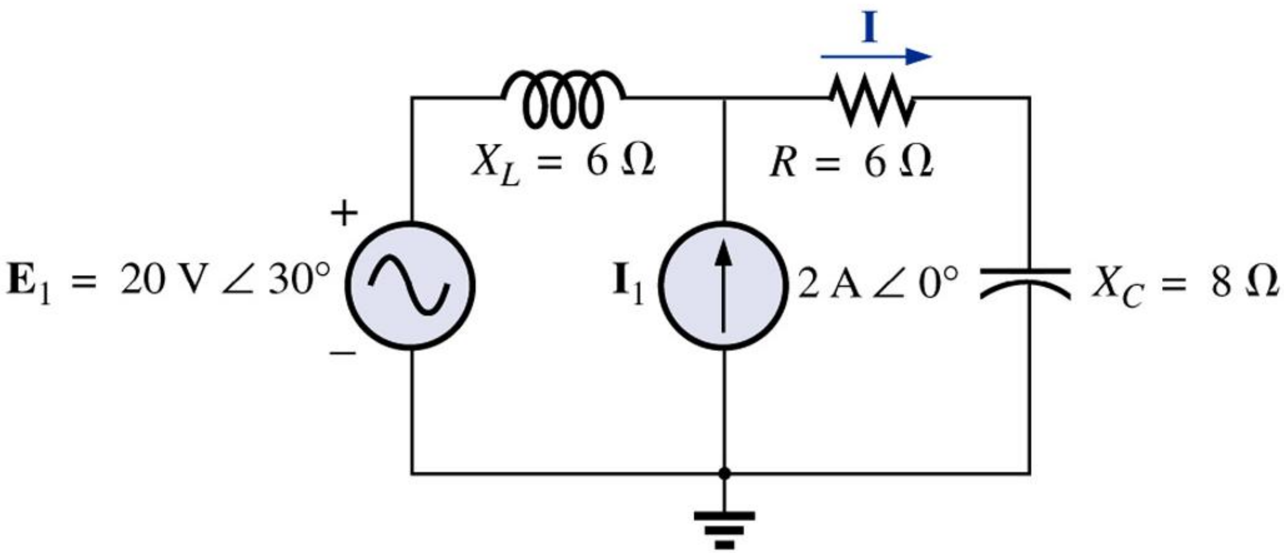
$$I = -6.25j$$

$$I = 6.25A\angle -90^{o}$$



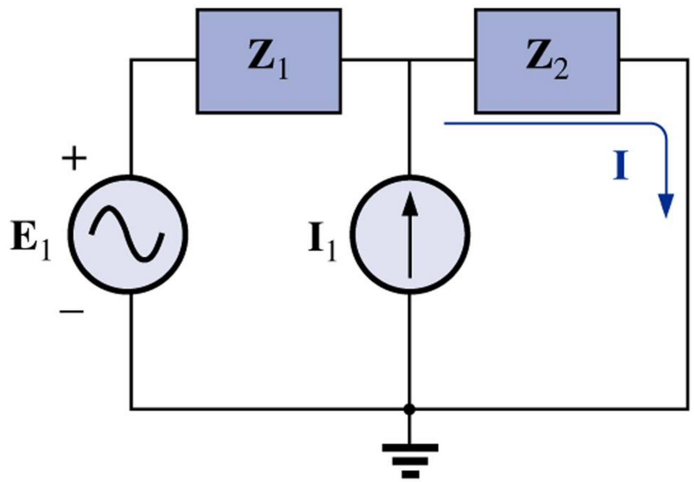
Teorema de Superposición

Determine el valor de la corriente I



Teorema de Superposición

- Transformando los componente pasivos a impedancias se tiene que:



$$Z_1 = 6j = 6\Omega\angle 90^o$$

$$Z_2 = 6 - 8j = 10\Omega\angle -53.1^o$$

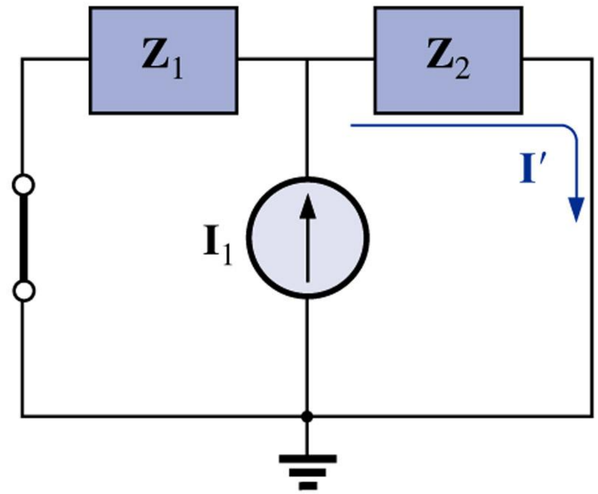
Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_1 y calculamos el valor de I'

$$I_1 = \frac{V_X}{Z_1} + \frac{V_X}{Z_2}$$

$$I_1 = V_X\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}\right)$$

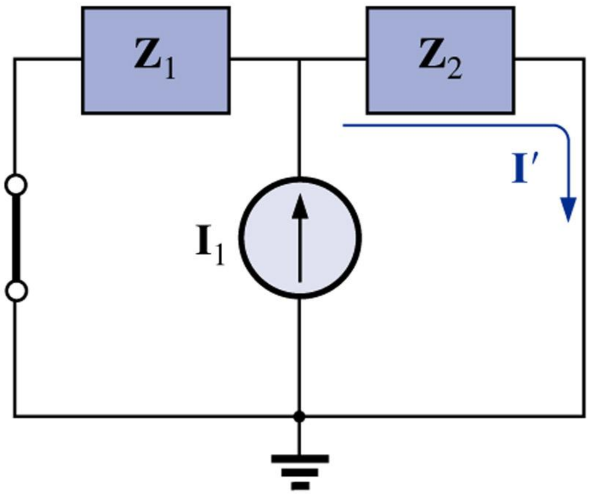
$$V_X = I_1\left(\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$$



Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_1 y calculamos el valor de I'

$$I' = \frac{V_X}{Z_2} = \frac{I_1}{Z_2}\left(\frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)$$



$$I' = I_1\left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}\right)$$

$$I' = 20A\angle 0^o \frac{6\Omega\angle 90^o}{6 - 2j}$$

$$I' = 20A\angle 0^o \frac{6\Omega\angle 90^o}{6.3\Omega\angle 80.5^o} = 19A\angle -9.5^o$$

Teorema de Superposición

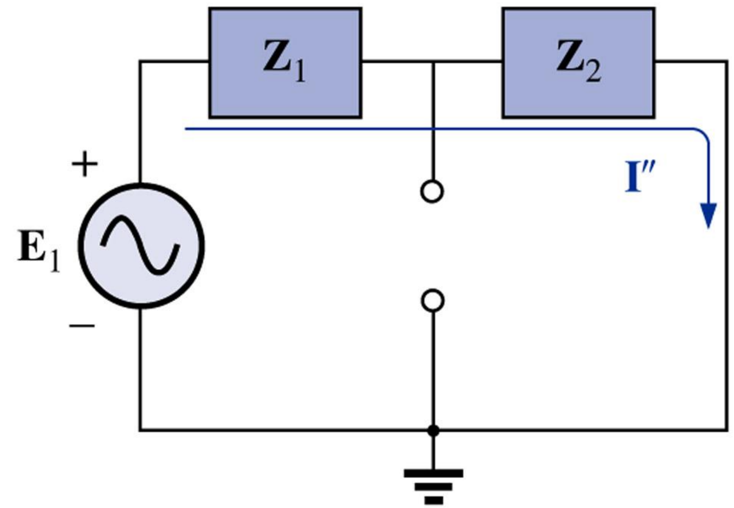
- Apagamos la fuente I_1 y calculamos el valor de I''

$$I'' = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$I'' = \frac{20V\angle 30^o}{6-2j}$$

$$I'' = \frac{20V\angle 30^o}{6.3\Omega\angle 80.5^o}$$

$$I'' = 3.2A\angle -50.5^o$$



Teorema de Superposición

- Como tienen sentidos distintos, I será el resultado de la suma de I' e I''

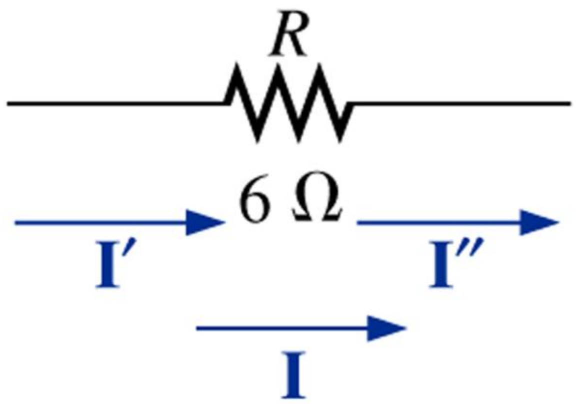
$$I = I' + I''$$

$$I = 19A\angle -9.5^{o} + 3.2A\angle -50.5^{o}$$

$$I = 18.7 - 3.1j + 2 - 2.5j$$

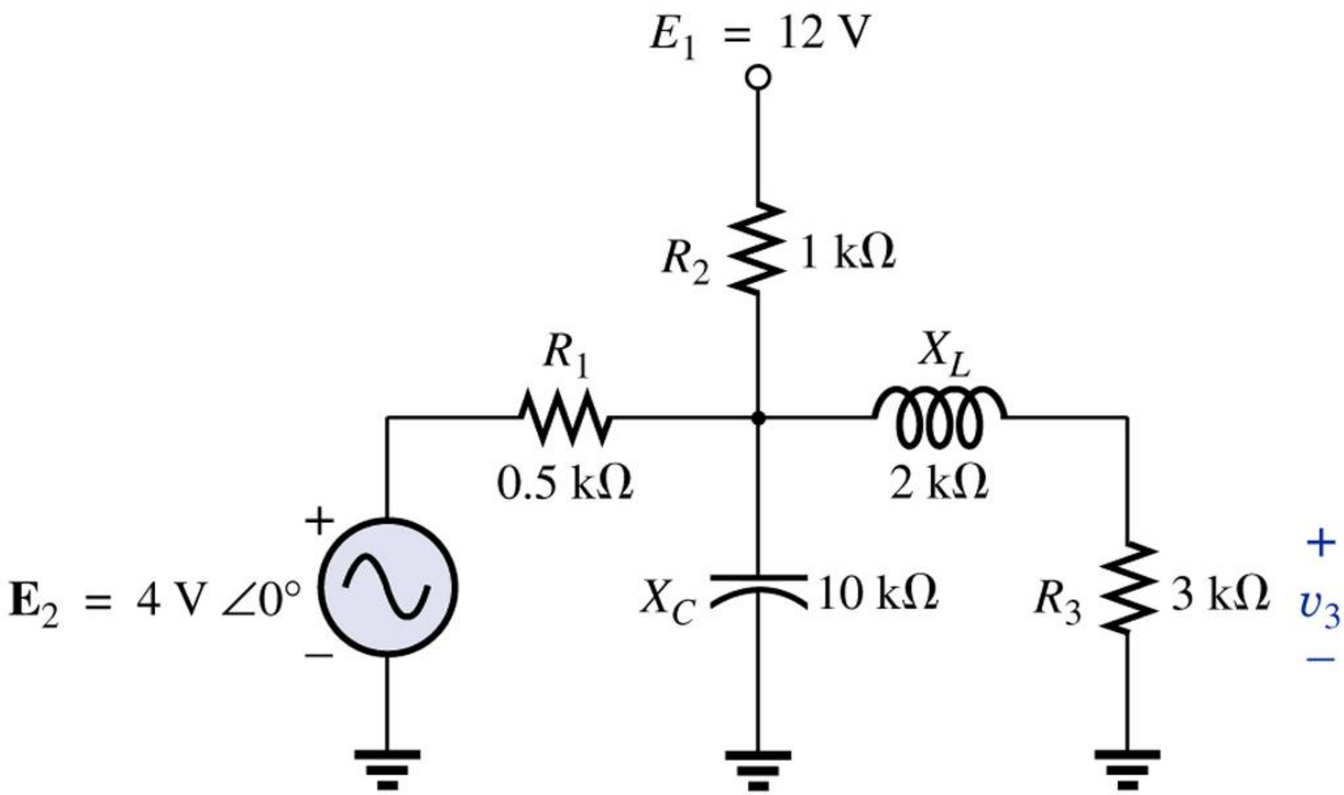
$$I = 20.7 - 5.6j$$

$$I = 21.4\angle -3.9^{o}$$



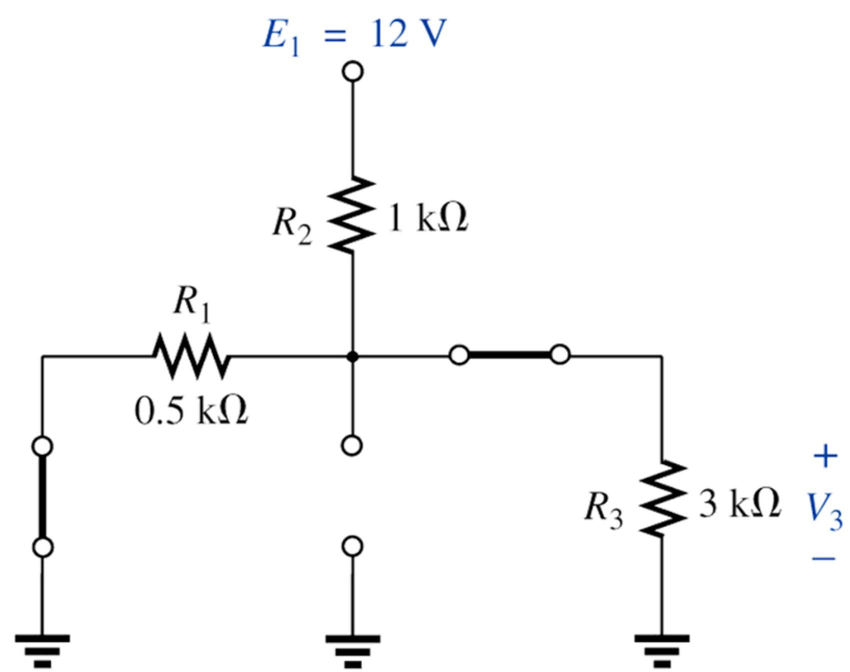
Teorema de Superposición

Determine el valor del voltaje v_3



Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_2 y calculamos el valor de v'_3
- Se observa que como E_1 es una fuente de corriente continua, el inductor es un cortocircuito y el capacitor es un circuito abierto



Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z_{EQ} = R_2 + R_1 \| R_3$$

$$Z_{EQ} = 1K\Omega + 0.5K\Omega \| 3K\Omega$$

$$Z_{EQ} = 1K\Omega + 0.43K\Omega$$

$$Z_{EQ} = 1.43K\Omega$$

$$I_{EQ} = \frac{E_1}{Z_{EQ}} = \frac{12V}{1.43K\Omega}$$

$$I_{EQ} = 8.4mA$$

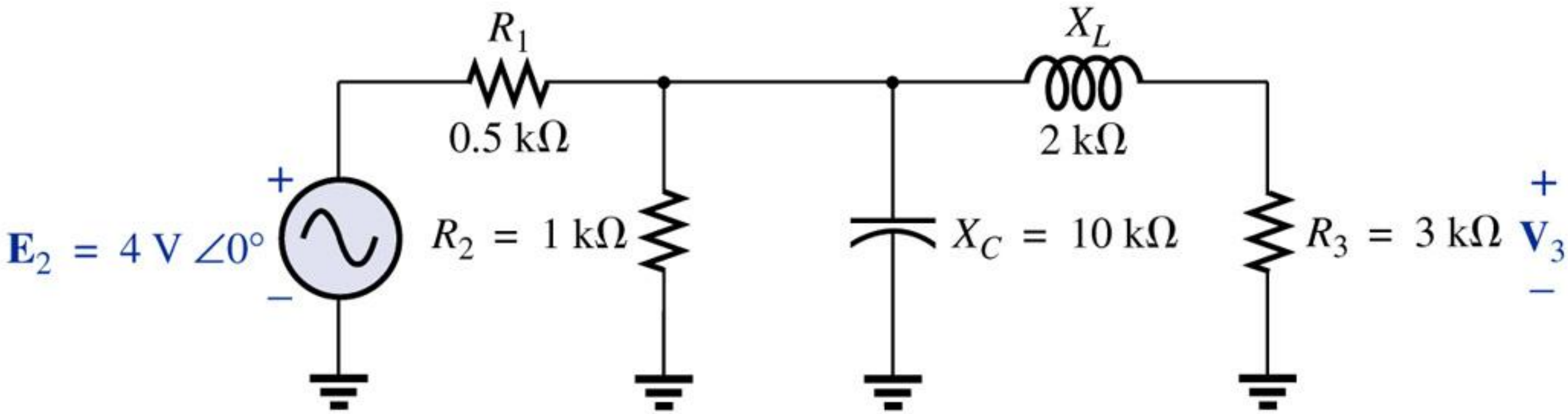
$$V_3' = E_1 - I_{EQ} R_2$$

$$V_3' = 12V - (8.4mA)(1.43K\Omega)$$

$$V_3' = 3.6V$$

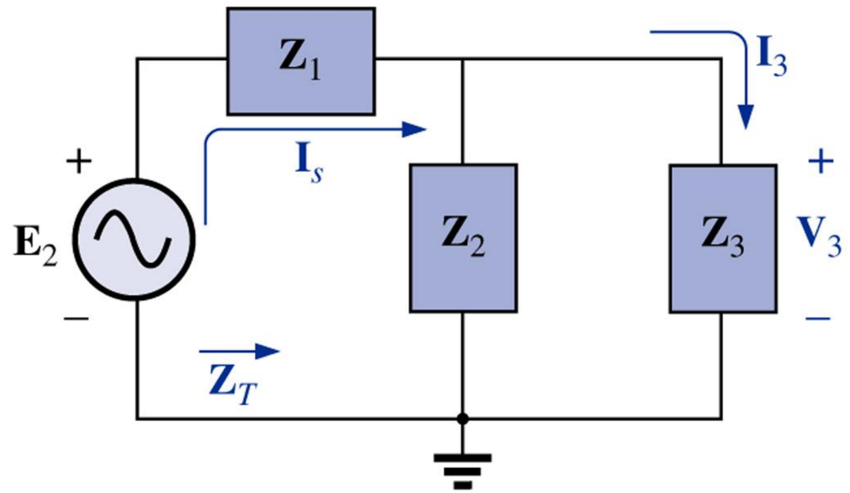
Teorema de Superposición

- Apagamos la fuente E_1 y calculamos el valor de v''_3



Teorema de Superposición

- Transformando los componente pasivos a impedancias se tiene que:



$$Z_1 = R_1 = 0.5\text{K}\Omega = 500\Omega\angle 0^{\circ}$$

$$Z_2 = R_2 \| X_C = 995 - j99.3 = 1000\Omega\angle -5.7^{\circ}$$

$$Z_3 = 2000j = 2000\Omega\angle 90^{\circ}$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$E_2 - I_1(Z_1 + Z_2) + I_2 Z_2 = 0$$

$$-I_1(Z_1 + Z_2) + I_2 Z_2 = -E_2 \quad \text{(I)}$$

$$-I_2(Z_2 + Z_3 + R_3) + I_1 Z_2 = 0$$

$$I_1 Z_2 - I_2(Z_2 + Z_3 + R_3) = 0 \quad \text{(II)}$$

$$\begin{bmatrix} -(Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & -(Z_2 + Z_3 + R_3) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} -(Z_1 + Z_2) & -E_2 \\ Z_2 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -(Z_1 + Z_2) & Z_2 \\ Z_2 & -(Z_2 + Z_3 + R_3) \end{bmatrix}}$$

$$I_2 = \frac{\begin{bmatrix} -1495+99.3j & 4 \\ 995-99.3j & 10 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} -1495+99.3j & 995-99.3j \\ 995-99.3j & -3995-1900.7j \end{bmatrix}}$$

Teorema de Superposición

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase, se tiene que:

$$I_2 = 0.00069A\angle -32.7^o$$

$$V_3^{''} = I_2 R_3 = (0.00069A\angle -32.7^o)(3000\angle 0^o)$$

$$V_3^{''} = 2.07V\angle -32.7^o$$

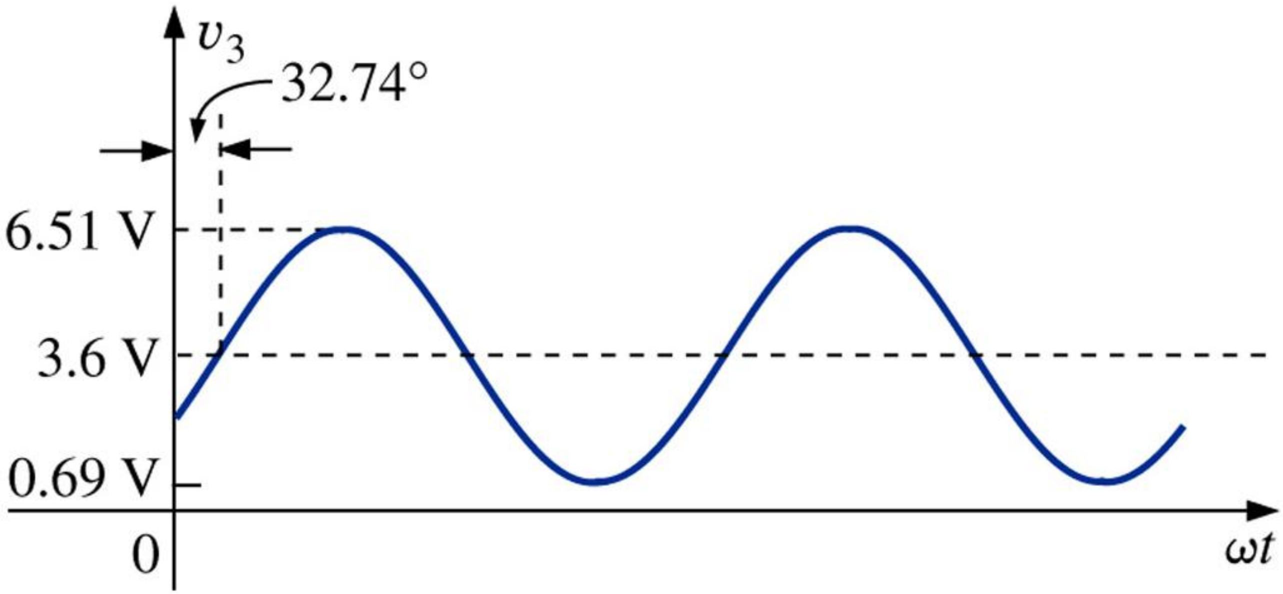
$$V_3 = V_3^{'} + V_3^{''} = 3.6V + 2.07V\angle -32.7^o$$

$$V_3 = 3.6V + 2.07V\sqrt{2}V\text{sen}(2\pi ft - 32.7^o)$$

$$V_3 = 3.6V + 2.92V\text{sen}(2\pi ft - 32.7^o)$$

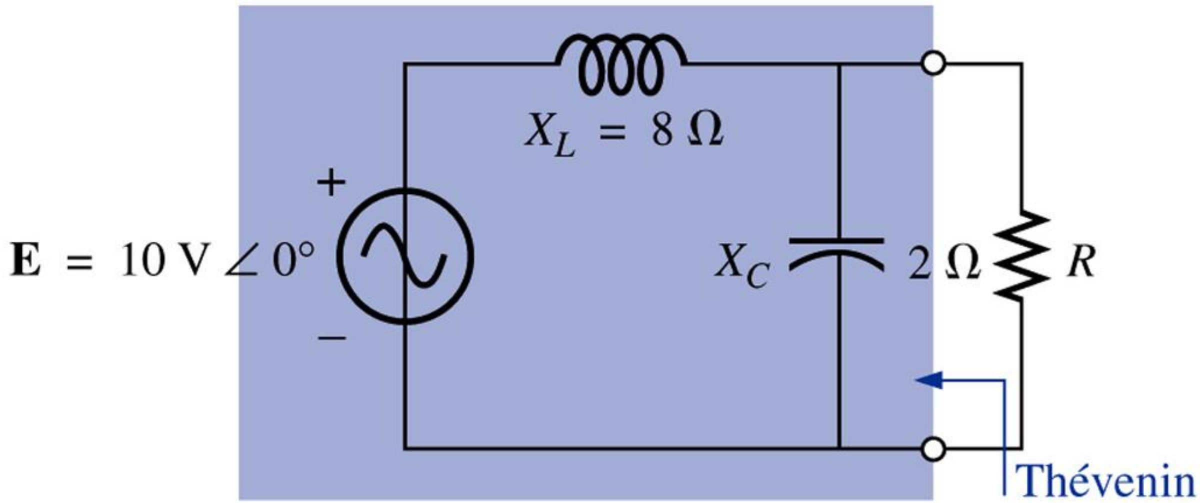
Teorema de Superposición

- Graficamos el resultado obtenido



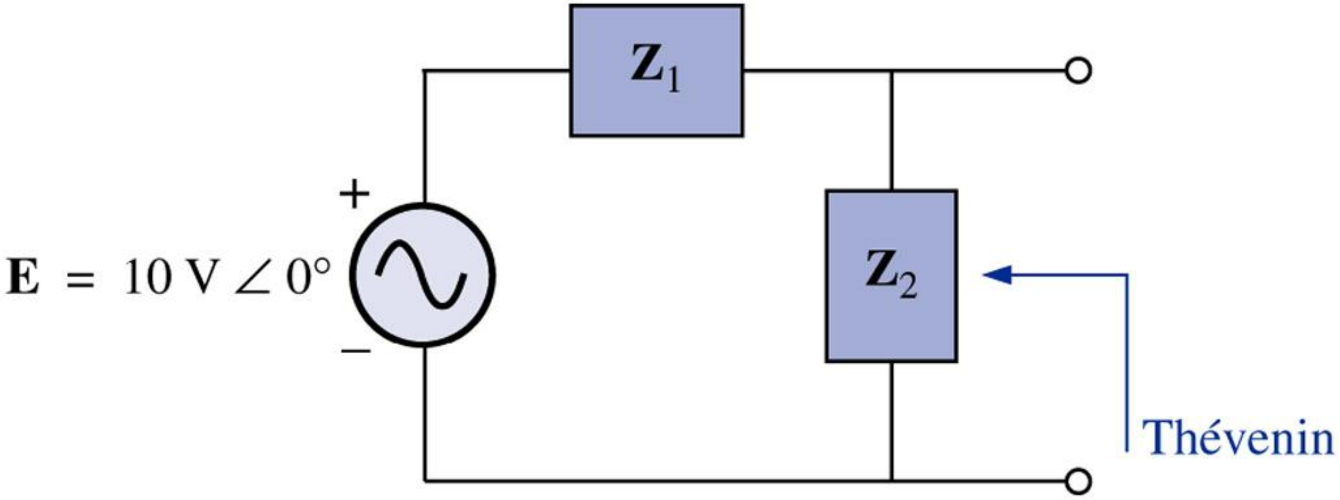
Teorema de Thévenin

Determine el circuito mostrado, determine el equivalente de Thévenin visto desde la resistencia R:



Teorema de Thévenin

- Convertimos los elementos pasivos a su equivalente en impedancia



Teorema de Thévenin

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$I_{EQ} = \frac{E}{Z_1} = \frac{10V\angle 0^o}{8\angle 90^o}$$

$$I_{EQ} = 1.25A\angle -90^o$$

$$Z_{EQ} = Z_1 \| Z_2 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_{EQ} = \frac{(8\angle 90^o)(2\angle -90^o)}{8j - 2j}$$

Teorema de Thévenin

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z_{EQ} = \frac{16\angle 0^{o}}{6j} = \frac{16\angle 0^{o}}{6\angle 90^{o}}$$

$$Z_{EQ} = 2.7\Omega\angle -90^{o}$$

$$V_{EQ} = I_{EQ} Z_{EQ}$$

$$V_{EQ} = (1.25A\angle -90)(2.7\Omega\angle -90^{o})$$

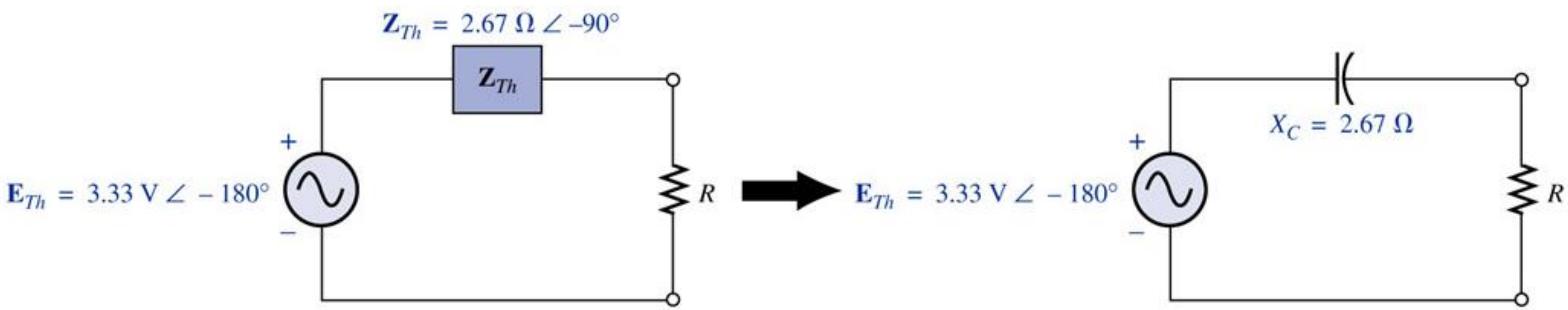
$$V_{EQ} = 3.4V\angle -180^{o}$$

$$V_{TH} = V_{EQ}$$

$$Z_{TH} = Z_{EQ}$$

Teorema de Thévenin

- Convertimos la impedancia de Thévenin a su equivalente en elemento pasivo

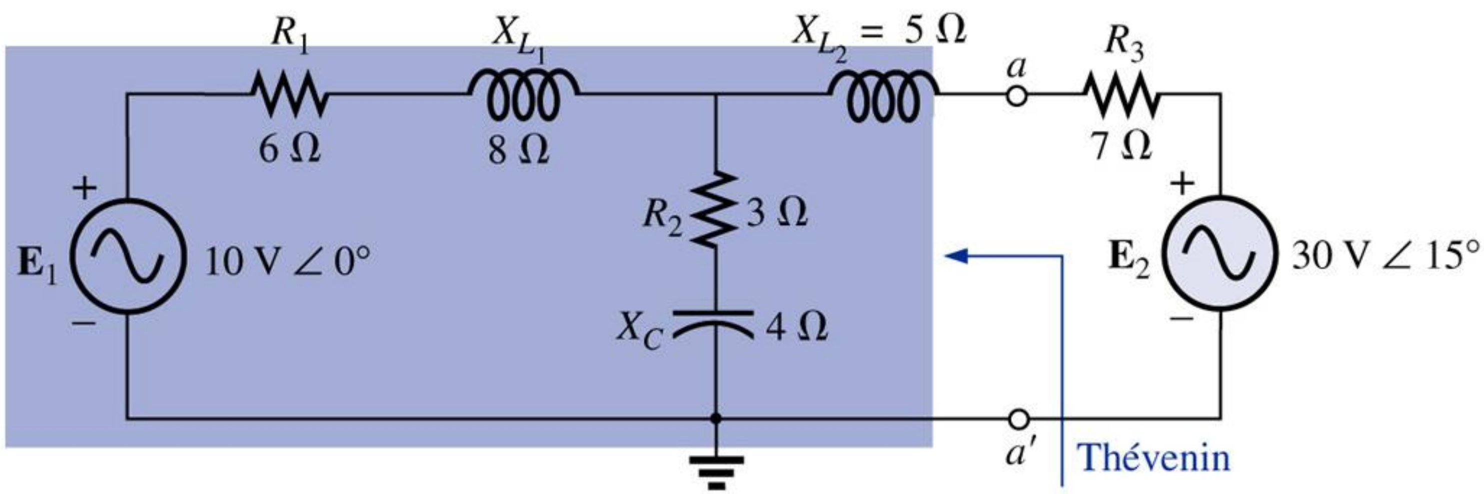


$$Z_{EQ} = 2.7\Omega\angle -90^{o}$$

$$Z_{EQ} = -2.7j$$

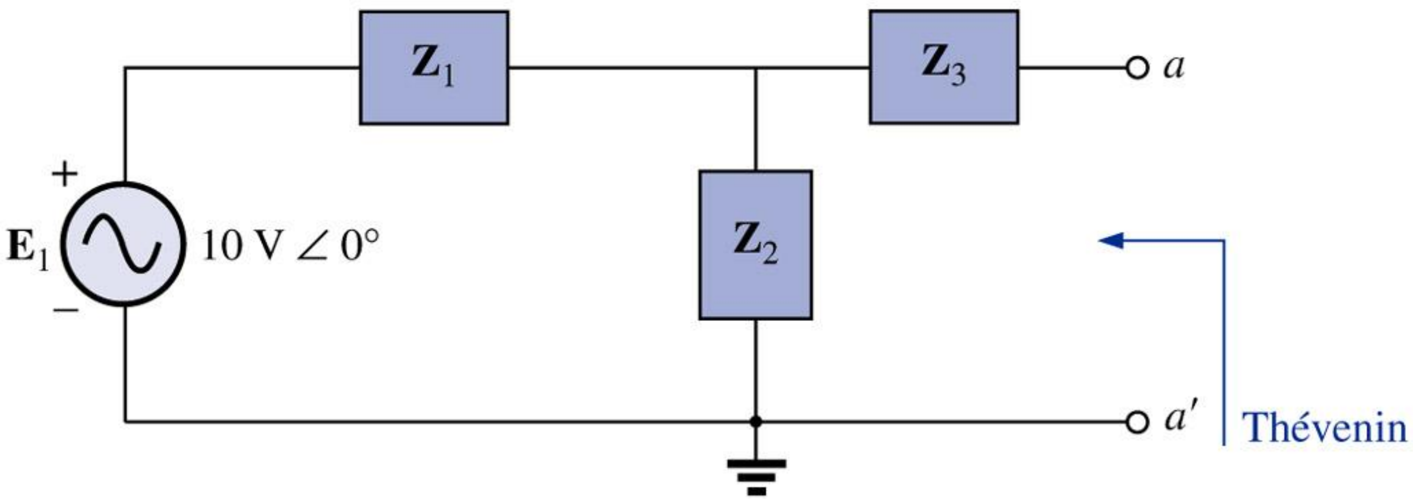
Teorema de Thévenin

Determine el circuito mostrado, determine el equivalente de Thévenin visto entre los terminales a y b:



Teorema de Thévenin

- Convertimos los elementos pasivos a su equivalente en impedancia



$$Z_1 = (6+8j)\Omega = 10\Omega\angle 53.1^{o}$$

$$Z_2 = (3-4j)\Omega = 5\Omega\angle -53.1^{o}$$

$$Z_3 = 5j\Omega = 5\Omega\angle 90^{o}$$

Teorema de Thévenin

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$I_{EQ} = \frac{E_1}{Z_1} = \frac{10V\angle 0^o}{10\angle 53.1^o}$$

$$I_{EQ} = 1A\angle -53.1^o$$

$$Z_{EQ} = Z_1 \| Z_2 = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

$$Z_{EQ} = \frac{(10\angle 53.1^o)(5\angle -53.1^o)}{9+4j}$$

Teorema de Thévenin

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z_{EQ} = \frac{50\angle 0^o}{9+4j} = \frac{50\angle 0^o}{9.8\angle 23.9^o}$$

$$Z_{EQ} = 5.1\Omega\angle -23.9^o$$

$$V_{EQ} = I_{EQ} Z_{EQ}$$

$$V_{EQ} = (1A\angle -53.1^o)(5.1\Omega\angle -23.9^o)$$

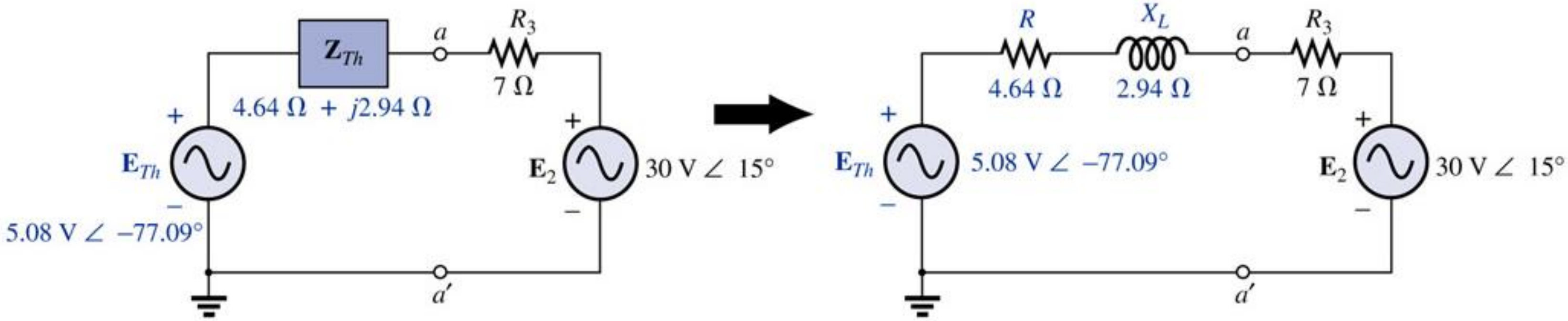
$$V_{EQ} = 5.1V\angle -77^o$$

$$V_{TH} = V_{EQ}$$

$$Z_{TH} = Z_{EQ} + Z_3 = 4.7 - j2.1 + 5j = 4.7 + j2.9$$

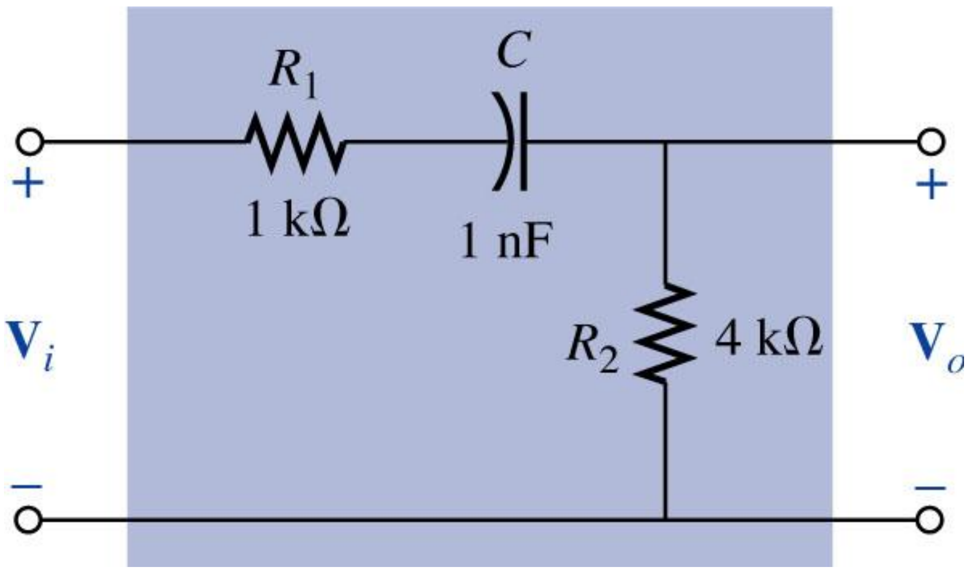
Teorema de Thévenin

- Convertimos la impedancia de Thévenin a su equivalente en elementos pasivos



Filtros Pasivos

Para el circuito mostrado, determine su función de transferencia y grafique el módulo y la fase



Filtros Pasivos

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z_1 = R_1 + 1/sC$$

$$Z_2 = R_2$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + 1/sC + R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{\dfrac{sC(R_1 + R_2) + 1}{sC}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{sR_2C}{sC(R_1 + R_2) + 1}$$

$$s = j\omega$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega R_2 C}{j\omega C(R_1 + R_2) + 1}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{R_2 C} = 250\text{Krad}/\text{s}$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{(R_1 + R_2)C} = 200\text{Krad}/\text{s}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{j\omega/\omega_{c1}}{j\omega/\omega_{c2} + 1}$$

Filtros Pasivos

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$\omega = 2\pi f$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{jf/f_{c1}}{jf/f_{c2}+1}$$

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_2 C} = 39.8\text{KHz}$$

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi(R_1+R_2)C} = 31.8\text{KHz}$$

$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{f/f_{c1}}{\sqrt{(f/f_{c2})^2+1}}$$

$$\angle\frac{V_o}{V_i} = 90° - tg^{-1}(f/f_{c2})$$

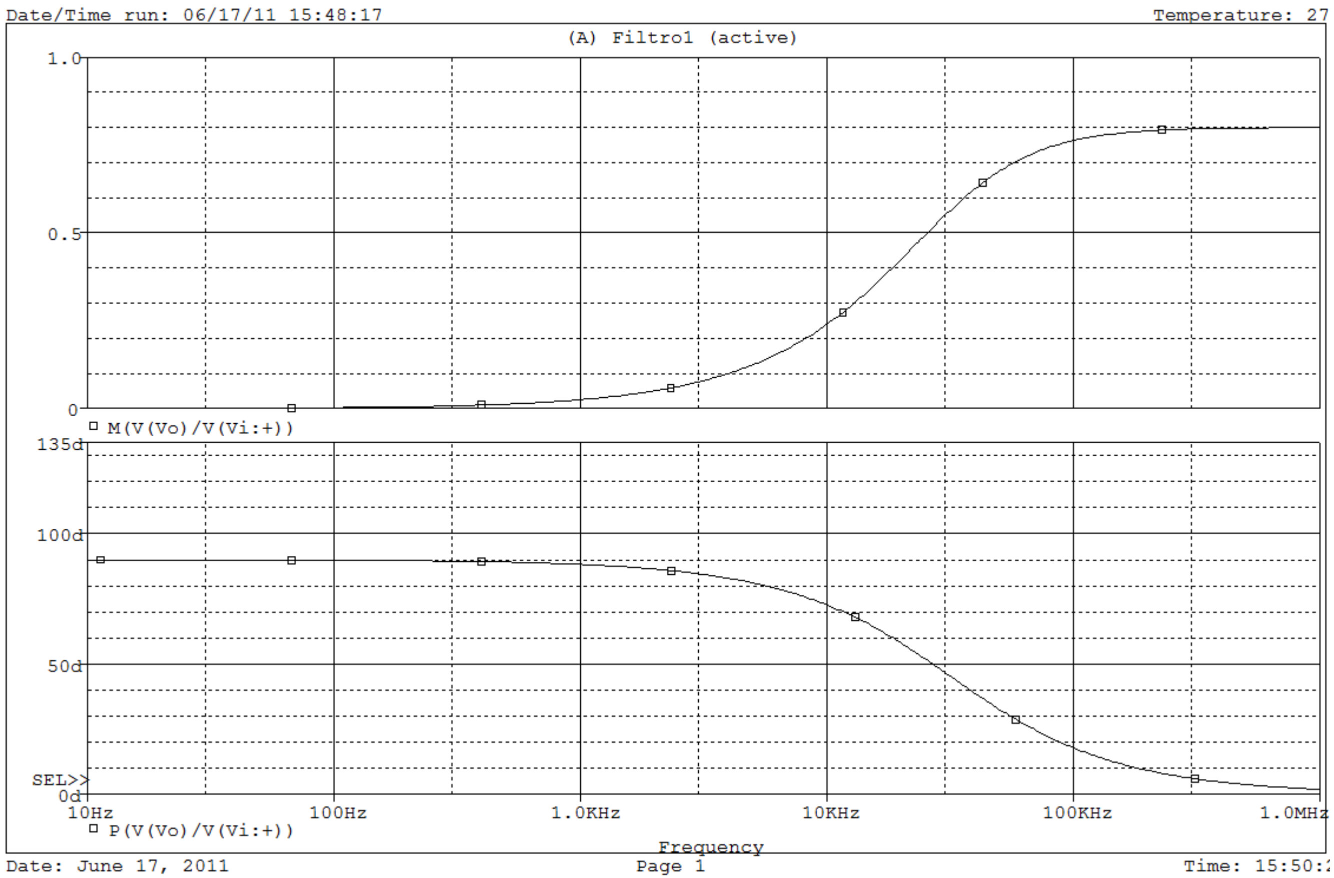
Filtros Pasivos

☑ Resumiendo los resultados en una tabla:

f	$\lvert V_o/V_i \rvert$	$\angle V_o/V_i$
∞	$\dfrac{f_{c2}}{f_{c1}} = 0.8$	0
f_{c1}	$\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{f_{c1}}{f_{c2}}\right)^2 + 1}} = 0.67$	$90^\circ - tg^{-1}\left(\dfrac{R_1 + R_2}{R_2}\right) = 38.7^\circ$
f_{c2}	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}\dfrac{f_{c2}}{f_{c1}} = 0.56$	45
0	0	90°

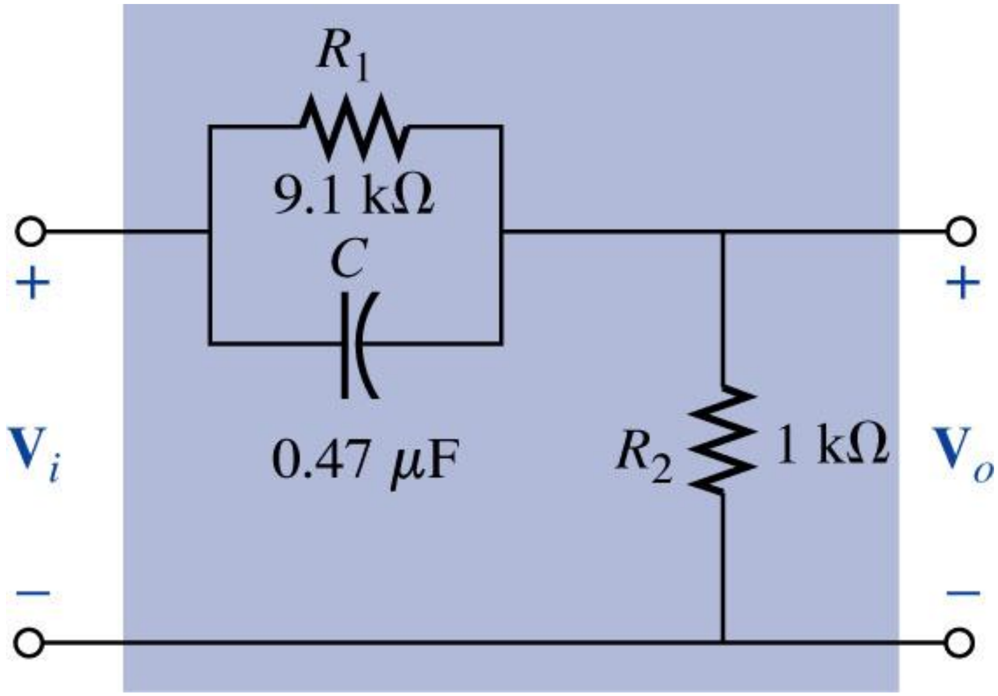
Filtros Pasivos

- Graficamos el módulo y la fase (Pspice):



Filtros Pasivos

Para el circuito mostrado, determine su función de transferencia y grafique el módulo y la fase



Filtros Pasivos

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$Z_1 = R_1 \| 1/sC = \frac{R_1}{1+sR_1C}$$

$$Z_2 = R_2$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{\dfrac{R_1}{1+sR_1C} + R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{\dfrac{R_2(1+sR_1C)+R_1}{1+sR_1C}}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2(1+sR_1C)}{R_2(1+sR_1C)+R_1}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2(1+sR_1C)}{R_1+R_2+sR_1R_2C}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{(1+sR_1C)}{\left(1+\dfrac{sR_1R_2C}{R_1+R_2}\right)}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1+R_2}\frac{(1+sR_1C)}{(1+sR_1\|R_2C)}$$

Filtros Pasivos

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$s = j\omega$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{(1 + j\omega R_1 C)}{(1 + j\omega R_1 \| R_2 C)}$$

$$\omega_{c1} = \frac{1}{R_1 C} = 233.8 rad/s$$

$$\omega_{c2} = \frac{1}{R_1 \| R_2 C} = 2.4 Krad/s$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + j\omega/\omega_{c1}}{1 + j\omega/\omega_{c2}}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1 + jf/f_{c1}}{1 + jf/f_{c2}}$$

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi R_1 C} = 37.2 Hz$$

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi (R_1 \| R_2) C} = 381.9 Hz$$

Filtros Pasivos

- Aplicando las ecuaciones vistas en clase:

$$\left|\frac{V_o}{V_i}\right| = \frac{R_2}{R_1 + R_2}\,\frac{\sqrt{1+(f/f_{c1})^2}}{\sqrt{1+(f/f_{c2})^2}}$$

$$\angle\frac{V_o}{V_i} = tg^{-1}(f/f_{c1}) - tg^{-1}(f/f_{c2})$$

Filtros Pasivos

- Resumiendo los resultados en una tabla:

f	$\lvert V_o/V_i \rvert$	$\angle V_o/V_i$
0	$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}=0.1$	0
f_{c1}	$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\dfrac{fc_1}{fc_2}\right)^2+1}}=0.14$	$45^\circ-tg^{-1}\left(\dfrac{f_{c1}}{f_{c2}}\right)=44.9^o$
f_{c2}	$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}\dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{f_{c2}}{f_{c1}}\right)^2+1}}{\sqrt{2}}=0.73$	$tg^{-1}\left(\dfrac{f_{c2}}{f_{c1}}\right)-45^\circ=44.9^o$
$\propto$	1	0^o

Filtros Pasivos

- Graficamos el módulo y la fase (Pspice):